Versuchsanleitung

und Demonstrationsvortrag

Der Analogrechner als Lehr- und Übungsgerät

in der Regelungstechnik.

(Nach einem Refereat von Dipl.-Ing. G. Zerbe
Staatl. Technikerschule, Weilburg.)

A. Allgemeines

Es werden die Möglichkeiten zur Simulation dynamischer Vorgänge in Regelstrecken, Regeleinrichtungen und Regelkreisen gezeigt. Die mit verschiedenen Reglertypen an einer linearen Regelstrecke 2. Ordnungserreichbaren Regel-Ergebnisse werden demonstriert.

I. Einführung

Es werden 3 Problemkreise angeschnitten:

1) Die Simulationstechnik mit Hilfe des Analogrechners - ein Anwendungsgebiet der Elektronik.

2) Der Entwicklungsstand auf einem Gerätesektor der Elektronik - Operationsverstärker in integrierter Technik.

3) Die Ausbildung von Technikern.

Der Analogrechner eignet sich besonders zur Simulation dynamischer Vorgänge. Von großer Bedeutung ist seine Verwendung in der Regelungs- und Steuerungstechnik, weil er sich zur Nachbildung von Regelstrecken, von Reglern und von kompl. Regelsystemen eignet.
Der Operationsverstärker, auch Rechenverstärker genannt, wurde eigens für den Analogrechner entwickelt und hat jetzt auch Eingang gefunden in alle Gebiete der Elektronik, nicht zuletzt durch Verbesserung seiner Eigenschaften durch weitgehende Integration seiner Bauteile.

Für die Bedienung analoger Rechenanlagen sind neue Überlegungen in didaktischer und methodischer Sicht erforderlich, um das Verständnis dynamischer Strukturen zu erleichtern.

II. Simulation dynamischer Vorgänge durch Analog-Modelle

Zunächst sollen die Begriffe **A n a l o g i e**
S i m u l a t i o n
M o d e l l e
D y n a m i k

an einigen Beispielen verdeutlicht werden.

Wenn ein Kraftfahrzeug optimal gefedert werden soll, oder wenn elektrische Schwingkreise und elektronische Schaltungen auf ihre Frequenzabhängigkeit untersucht werden sollen, oder wenn elektrische Antriebe auf ihre Belastungsfähigkeit während des Betriebs untersucht werden sollen, immer ist es dann erforderlich, Einschwingvorgänge des Systems zu analysieren um daraus das dynamische Verhalten des Systems zu ermitteln (Systemanalyse).

Umgekehrt kann ein System mit optimalem Verhalten dann entwickelt werden wenn die Einflüsse der einzelnen frei wählbaren Parameter bekannt sind (Synthese eines Systems).

Beispiel: Ein Kraftfahrzeug ändert seine Lage, wenn sich seine Belastung ändert. Dieser Sachverhalt kann symbolisch durch Bild 1 ausgedrückt werden.

Bild 1
Lagenänderung eines Kraftfahrzeuges

Da Federn und Massen im System zusammenwirken, ist die Schwingungsfähigkeit eines Fahrzeuges von besonderem Interesse. Diese Schwingungsfähigkeit ist eine der wissenswerten dynamischen Eigenschaften dieses Systems.
Auch andere wissenswerte Systemeigenschaften ergeben sich aus der Reaktion auf bestimmte Anregungen.

Bild 2 stellt diesen Zusammenhang allgemein dar.

Bild 2
Systemeigenschaften

Bei Anregung eines Systems wird immer durch Energie-Zufuhr oder durch Energie-Entnahme ein Energie-Austausch eingeleitet, der zwischen den im System enthaltenden Speichern stattfindet. Anzahl, Größe, Art und gegenseitige Kopplung dieser Energie-Speicher sind für das Verhalten des Systems, d.h. für die dynamischen Eigenschaften verantwortlich. Grundsätzlich spielt es dabei keine Rolle, ob das System mechanische elektrische oder pneumatische Speicher besitzt und entsprechend angeregt wird.

Die Gegenüberstellung von zwei Schwingungsfähigen Systemen verschiedener Energieform möge diesen Sachverhalt verdeutlichen.

(1) Mechanisches System

Das Mechanische System nach Bild 3 besteht aus Feder, Masse und Dämpfung. Anregung ist eine Krafteinwirkung z. Zu untersuchen ist der zeitliche Bewegungsablauf x.
Die Newton'sche Gleichung führt auf eine lineare Differentialgleichung, die die Koeffizienten Reibung, Federkraft und Masse enthält.

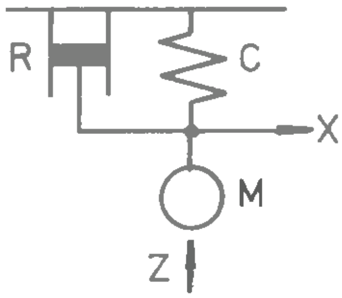

Bild 3

Mechanisches Schwingungssystem

$$A \cdot z(t) = C \cdot x(t) + R \cdot x\,(t) + M \cdot x''(t) \qquad (1)$$

$$A \cdot z(t) = C \cdot x \quad + R \cdot \dot{x} \quad + M \cdot \ddot{x} \qquad (2)$$

mit den zeitlichen Ableitungen $\dot{x} = x\,(t) = \frac{dx}{dt}$ (3)

$$x = x''(t) = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad (4)$$

(2) Elektrische Systeme

Der elektrische Schwingkreis nach Bild 4 enthält Spule, Kondensator und Dämpfungswiderstand. Die Anregung in Form einer Spannungsänderung z an den Klemmen bewirkt eine Stromänderung x. Der zeitliche Verlauf des Stroms folgt einer linearen Differentialgleichung. Durch Differenzieren der rechten Seite dieser Gleichung (d.h. der sogenannten charakteristischen Gleichung) erhält man eine dem mechanischen System vollkommen analoge Systemgleichung:

$$A \,.\, z(t) = R \,.\, x(t) + L\,\frac{dx}{dt} + \frac{1}{C}\int x(t)\,dt \qquad (5)$$

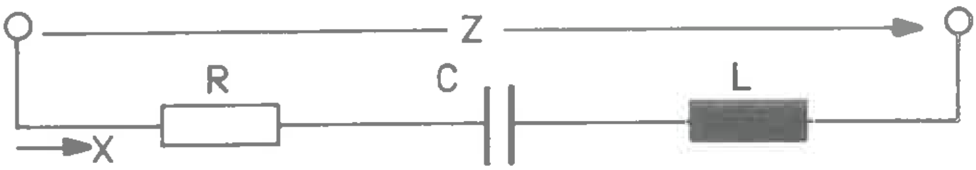

Bild 4

Sowohl das mechanische als auch das elektrische System verhalten sich bei entsprechender geeigneter Anregung gleich, weil sie derselben charakteristischen Differentialgleichung gehorchen; sie sind also analog und erfüllen die Gleichung in der allgemeinen Form

$$a \cdot z = s_o \cdot x + s_1 \cdot \dot{x} + s_2 \cdot \ddot{x} \qquad (6)$$

Darin sind z die Anregung, x die Reaktion, $\dot{x}$ die erste zeitliche Ableitung der Reaktion, $\ddot{x}$ die zweite Ableitung der Reaktion, jeweils als Funktion der Zeit. a, s_o, s_1, s_2, sind konstante Koeffizienten, die sich beim mechanischen System aus Reibung, Federkraft und Masse, beim elektrischen System aus Induktivität, Kapazität und Widerstand ergeben.

Die Differentialgleichung des mechanischen Systems enthält 2 Ableitungen von x, sie ist also 2. Ordnung.

Sie beschreibt, wie sich der Federweg x ändert, wenn das Gesamtsystem einer Störgröße z unterworfen wird.

Das System ist grundsätzlich schwingungsfähig. Uns interessiert jetzt der zeitliche Einschwingvorgang.

Ein Analogrechner enthält Rechenbausteine, mit denen es möglich ist, solche und auch wesentlich kompliziertere Differentialgleichungen gerätetechnisch nachzubilden, also zu simulieren. Die <u>Signale</u> z und x werden durch Rechenspannungen nachgebildet, die <u>Konstruktionsgrößen</u> Reibung, Federkraft und Masse werden durch Spannungsteiler realisiert.

(3) Simulation eines Schwingungssystems

Die oben abgeleitete Differentialgleichung 2. Ordnung wird umgeformt und für folgende Werte mit dem Analogrechner gelöst, d.h. der zeitliche Verlauf von x bei definierter Anregung z ermittelt:

$$s_o = 0{,}8 \qquad s_1 = 0{,}3 \qquad s_2 = 1$$

Dann ergibt sich

$$s_2 \cdot \ddot{x} = a \cdot z - s_1 \cdot \dot{x} - s_o \cdot x \qquad (7)$$

$$x = a \cdot z - 0{,}3\, x \quad -0{,}8\, x \qquad (8)$$

Die Veränderliche x mit der höchsten Ordnung ergibt sich also aus einer Summe, die die Anregung z und die Veränderlichen x niedrigerer Ordnung als $\ddot{x}$ enthält. Mit einem Integrator kann für festgelegte Anfangsbedingungen aus x als Funktion der Zeit die Veränderliche $\dot{x}$ als Funktion der Zeit ermittelt werden, weil sich aus der 2. Ableitung die 1. Ableitung nur durch Integration ergibt. Zu beachten ist, daß der Integrator bei dieser Operation das Vorzeichen dreht. Ebenso ergibt sich aus $\dot{x}$ die gesuchte Veränderliche x durch Verwendung eines weiteren Integrators. x und Ableitung $\dot{x}$ werden über Spannungsteiler auf Eingänge des 1. Integrators zurückgeführt. Die eventuell erforderliche Vorzeichen-Vertauschung kann über zusätzliche Umkehr-Verstärker vorgenommen werden.

Am 1. Integrator sind also 3 Eingänge notwendig, damit die rechte Seite der umgeformten Differentialgleichung erfüllt wird.

Bild 5 zeigt die vollständige Schaltung, mit der eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung für beliebige Anregungen z als Funktion der Zeit gelöst werden kann.

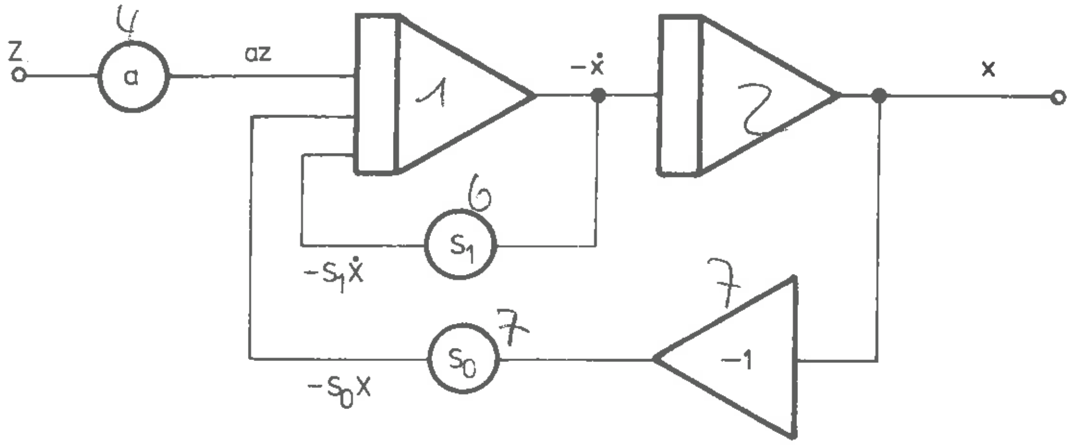

Bild 5. Schaltung zur Lösung einer Diferenzialgleichung 2. Ordnung

Aus folgenden Gleichungen ergeben sich für das betrachtete System Dämpfungsgrad und Eigenfrequenz des ungedämpften Systems:

$$\text{Dämpfungsgrad} \quad D = \frac{1}{2} \frac{S_1}{\sqrt{S_o \cdot S_2}} \tag{9}$$

$$\text{Eigenfrequenz} \quad \omega_o = 2\pi \cdot f_o = \sqrt{\frac{S_o}{S_2}} \tag{10}$$

Die Integratoren sind nach Bild 6 geschaltet. Dabei ergibt sich eine Zeittransformation, die den Schwingungsvorgang um den Faktor 1 : 2,2 langsamer verlaufen läßt, als es der Differentialgleichung entspricht.

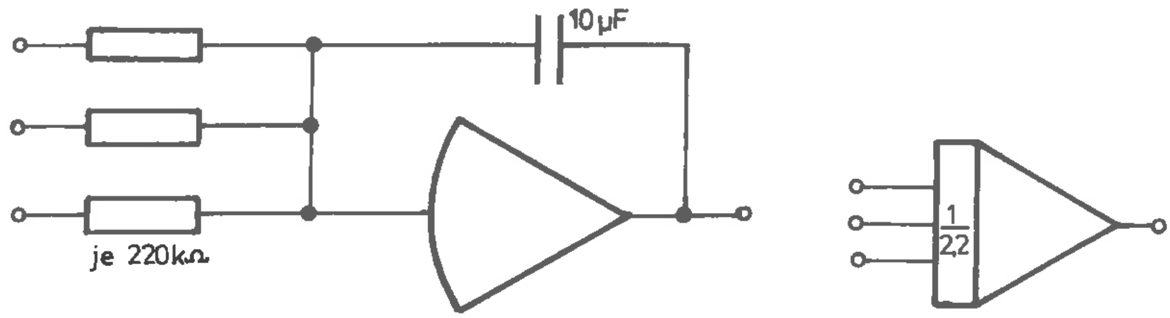

Bild 6: Integrator

Aufgabe 1:

Ein Spannungssprung vom Betrag a . z wirkt auf den Eingang des 1. Integrators. Das System folgt am Ausgang x mit einer schwach gedämpften Schwingung entsprechend Bild 7.

(Das Bild ist auf Seite 7 dargestellt)

Aufgabe 2:

Am Potentiometer für s_1 kann der Dämpfungsgrad des Systems verändert werden. s_1 wird auf 0.1 geändert. Bild 8 zeigt eine Schwingung die wesentlich weniger gedämpft ist.

(Das Bild ist auf Seite 7 dargestellt.)

Aufgabe 3:

Am Potentiometer für s_o kann die Eigenfrequenz des Systems geändert werden. s_o wird auf 0,6 eingestellt, s_1 wird ebenfalls auf 0,6 eingestellt. Das System reagiert entsprechend Bild 9 auf eine plötzliche Änderung der Eingangsspannung mit niedrigerer Eigenfrequenz, gleichzeitig mit größerer Dämpfung.

(Das Bild ist auf Seite 7 dargestellt.)

Aufgabe 4:

In der Rückführung für $\dot{x}$ wird ein Umkehr-Verstärker eingebaut; das bedeutet, daß die Dämpfung negativ wird.
Schon eine sehr kleine Eingangsspannung bewirkt aufklingende Schwingungen entsprechend Bild 10.

(Das Bild ist auf Seite 8 dargestellt)

Als bemerkenswertes Ergebnis dieser Demonstration wird festgehalten:

Ein mechanisches System kann mit Hilfe des Analogrechners durch ein elektrisches Analog-Modell dynamisch gleichwertig wiedergegeben werden. Dynamisch interessant sind bei schwingfähigen System Dämpfungsgrad und Eigenfrequenz. In der Mechanik sind diese Parameter bestimmt durch Federkraft, Reibung und Masse. Die Analogrechenschaltung gestattet es, diese Parameter auf einfache Weise zu variieren. So kann für ein anstehendes Problem die optimale Dämpfung oder die optimale Eigenfrequenz ermittelt werden, die dann in der Praxis durch Feder, Masse und Dämpfung zu realisieren sind.

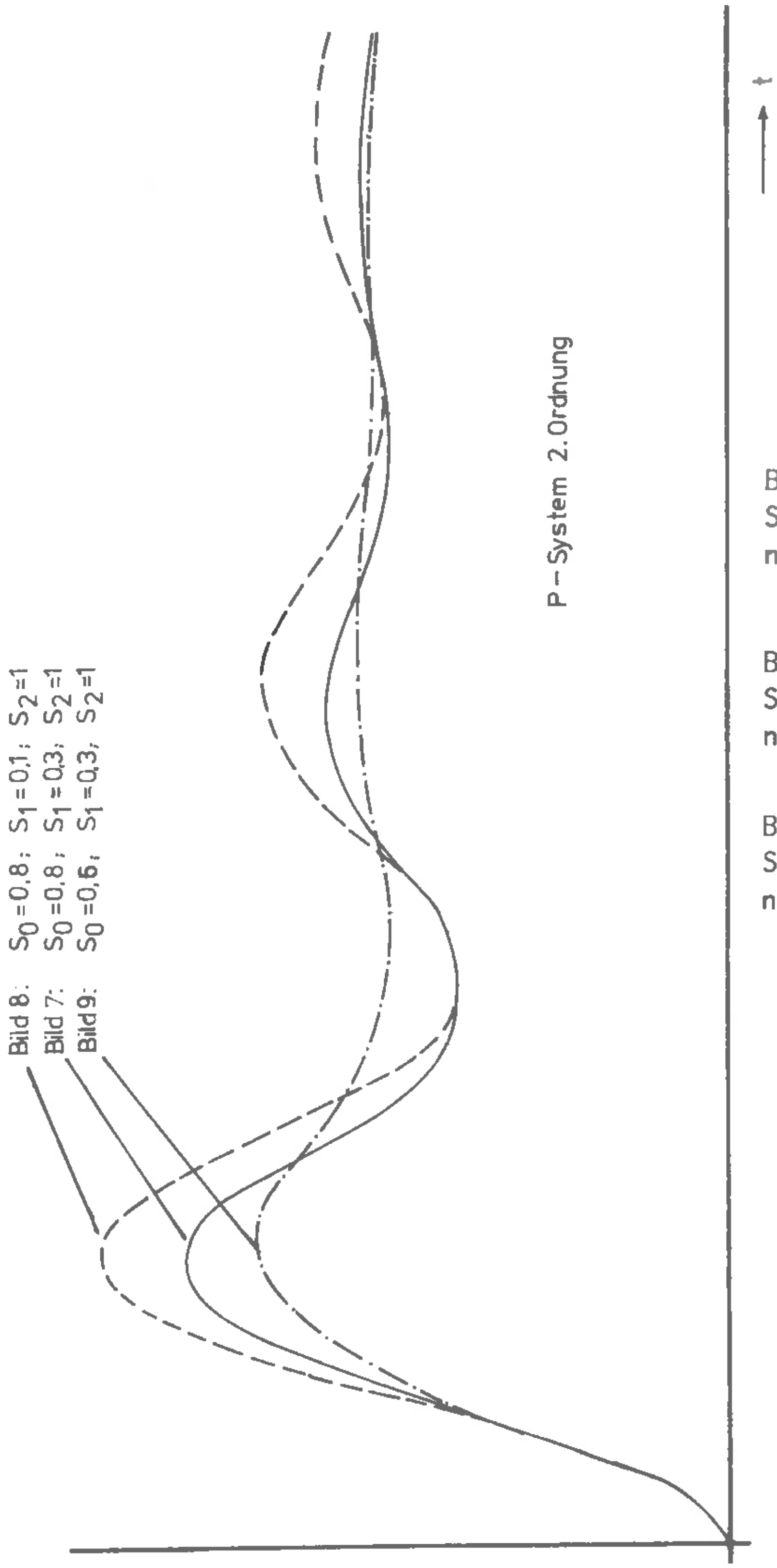

Bild 7
Schwingungsvorgang
nach Aufgabe 1

Bild 8
Schwingungsvorgang
nach Aufgabe 2

Bild 9
Schwingungsvorgang
nach Aufgabe 3

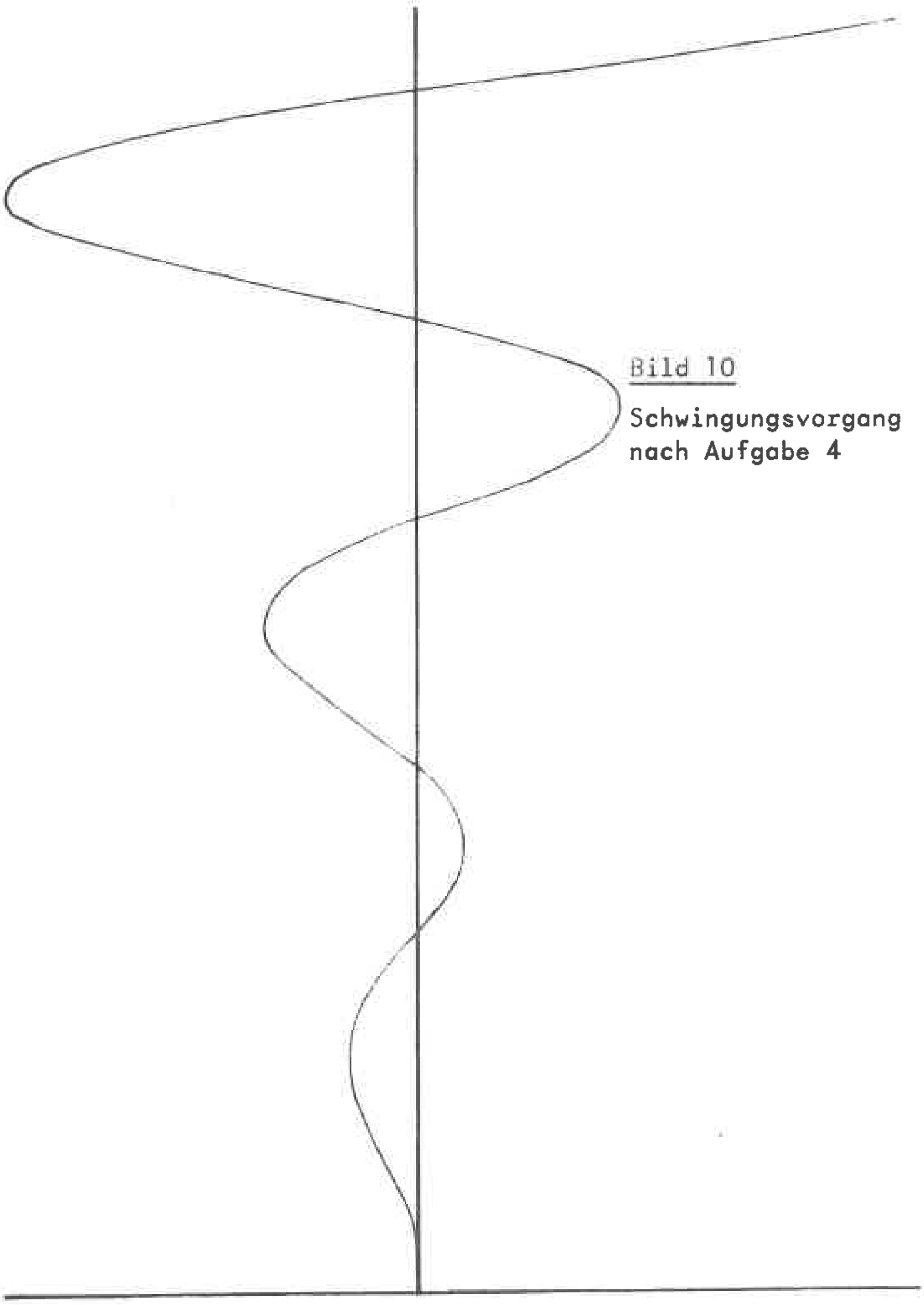

Bild 10

Schwingungsvorgang
nach Aufgabe 4

(4) Nachbildung eines Regelkreises

Das besprochene schwingungsfähige schwach gedämpfte System 2. Ordnung kann als Regelstrecke aufgefaßt werden, an der z eine Störung bewirkt und x die Regelgröße darstellt, die nach Möglichkeit ausgeregelt werden soll. Diese Regelstrecke soll im folgenden mit verschiedenen Regeleinrichtungen versehen werden . Als Regler kommen P-Regler, PI-Regler und PID-Regler in Frage. Auch diese Regler können auf einfache Weise durch Rechenbausteine realisiert werden.

Dem Regler vorgeschaltet ist ein Differenz-Verstärker, der die Regelgröße x mit einer Führungsgröße w vergleicht und die Regelabweichung x_w an den Regler weitergibt.

Ausgang des Reglers ist die Stellgröße y, die der Regelstrecke so zugeführt werden muß, daß einer Störgröße entgegengewirkt wird.

Bild 11 zeigt die Schaltung des Gesamt-Systems bestehend aus Regelstrecke und P-Regeleinrichtung. Der Proportional-Bauwert K_p, beziehungsweise die Verstärkung des P-Reglers ist mit einem Potentiometer im Bereich 0,1 - 10 einstellbar.

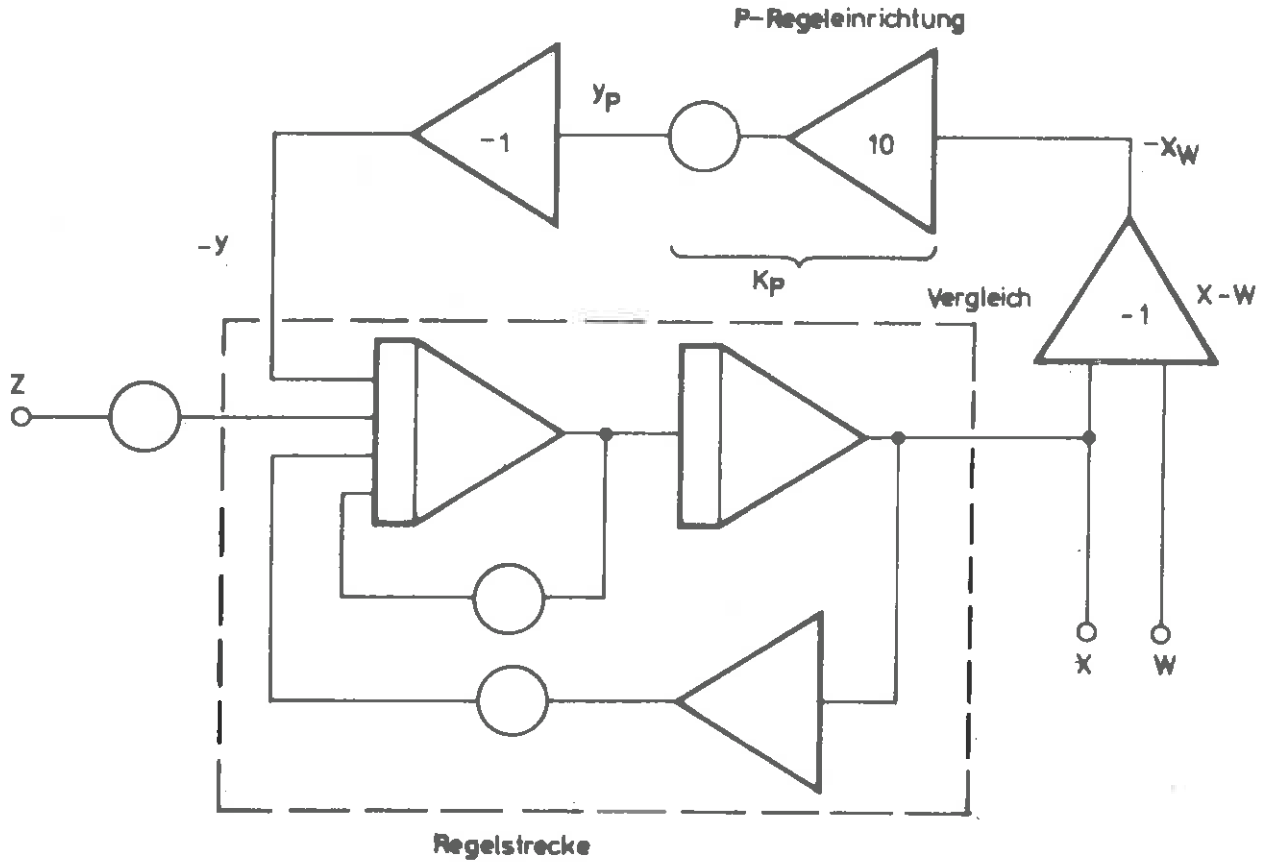

Bild 11: Regelstrecke und P-Regeleinrichtung

Aufgabe 5:

Auf den Eingang der Strecke gelangt ein Spannungssprung, dessen Höhe am Potentiometer für a einstellbar ist. Diese Anregung veranlaßt die Strecke zu einem Einschwingungsvorgang. Der angeschlossene P-Regler erfaßt die Regelgröße und bekämpft die Störgröße je nach Einstellung des Faktors K_p. Das Ergebnis zeigt Bild 12.

In Teilbild a ist der Proportional-Beiwert des Reglers auf $K_p = 0$ eingestellt. Das heißt, der Regler ist noch nicht wirksam.

In Teilbild b ist der Proportional-Beiwert auf $K_p = 3$ eingestellt. Die Störgröße wird bekämpft und in ihrer endgültigen Auswirkung stark vermindert.

Noch günstiger ist das Ergebnis nach Teilbild c.
Der Regler ist auf $K_p = 6{,}2$ eingestellt. Die Störgröße wird stark bekämpft und die Abweichung vom gewünschten Sollwert ist nur noch sehr klein.

(Bild 12 befindet sich auf Seite 12).

Eine P-Regeleinrichtung kann durch Parallelschaltung eines Differenzierenden Netzwerks nach Bild 13 zu einer PD-Regeleinrichtung erweitert werden. Die Schaltung des Gesamt-Systems, bestehend aus Regelstrecke und PD-Regler zeigt Bild 14. Die vom Regler an die Strecke weitergegebene Stellgröße y ist der Regelabweichung x_w proportional, und sie ist außerdem der Änderungsgeschwindigkeit der Regelabweichung proportional.

Folglich greift der Regler besonders dann stark ein, wenn sich die Regelgröße schnell ändert.

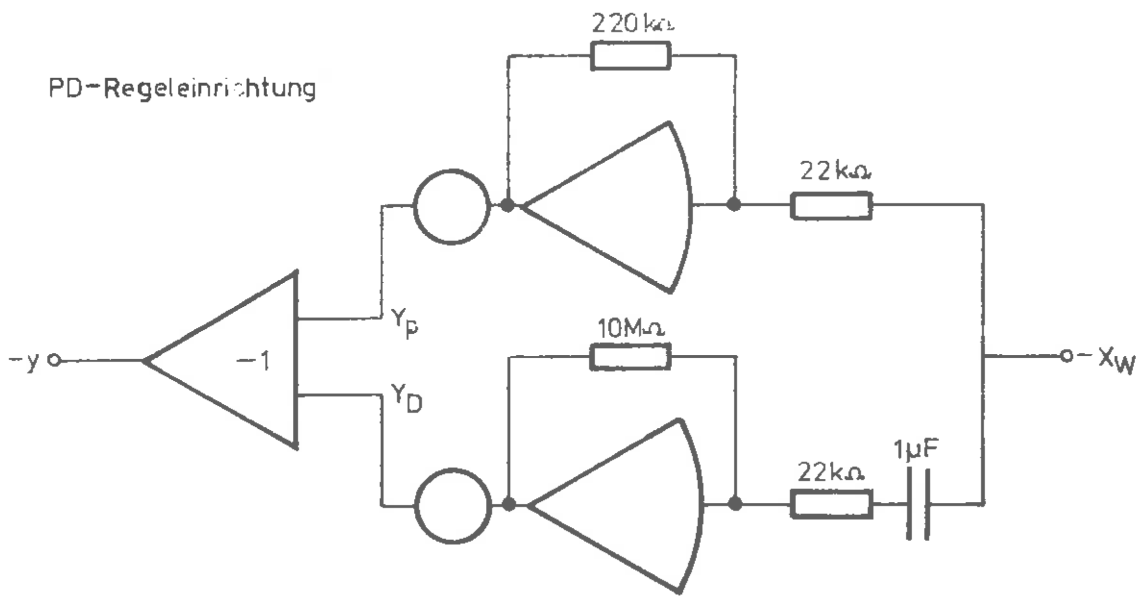

Bild 13 Differenziernetzwerk

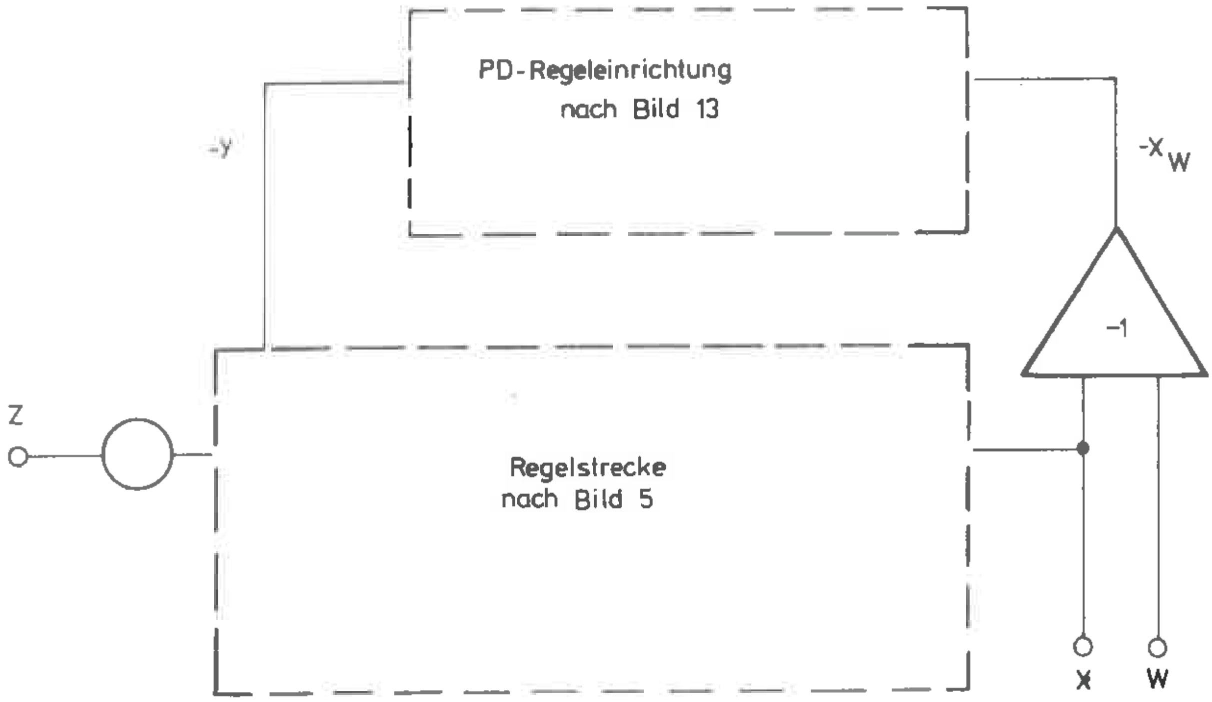

Bild 14 PD-Regeleinrichtung

Aufgabe 6:

Bild 15 zeigt das mit einem PD-Regler erreichte Ergebnis im Vergleich zur Wirkung eines reinen P-Reglers, der auf $K_p = 3$ eingestellt ist. Bemerkenswert ist die Dämpfung des Einschwingvorgangs. Die differenzierende Wirkung des Reglers kann an einem Potentiometer eingestellt werden. Teilbild (b) zeigt im Vergleich zu Teilbild (a) eine stärkere Dämpfung der Regelgröße.

(Bild 15 befindet sich auf Seite 13)

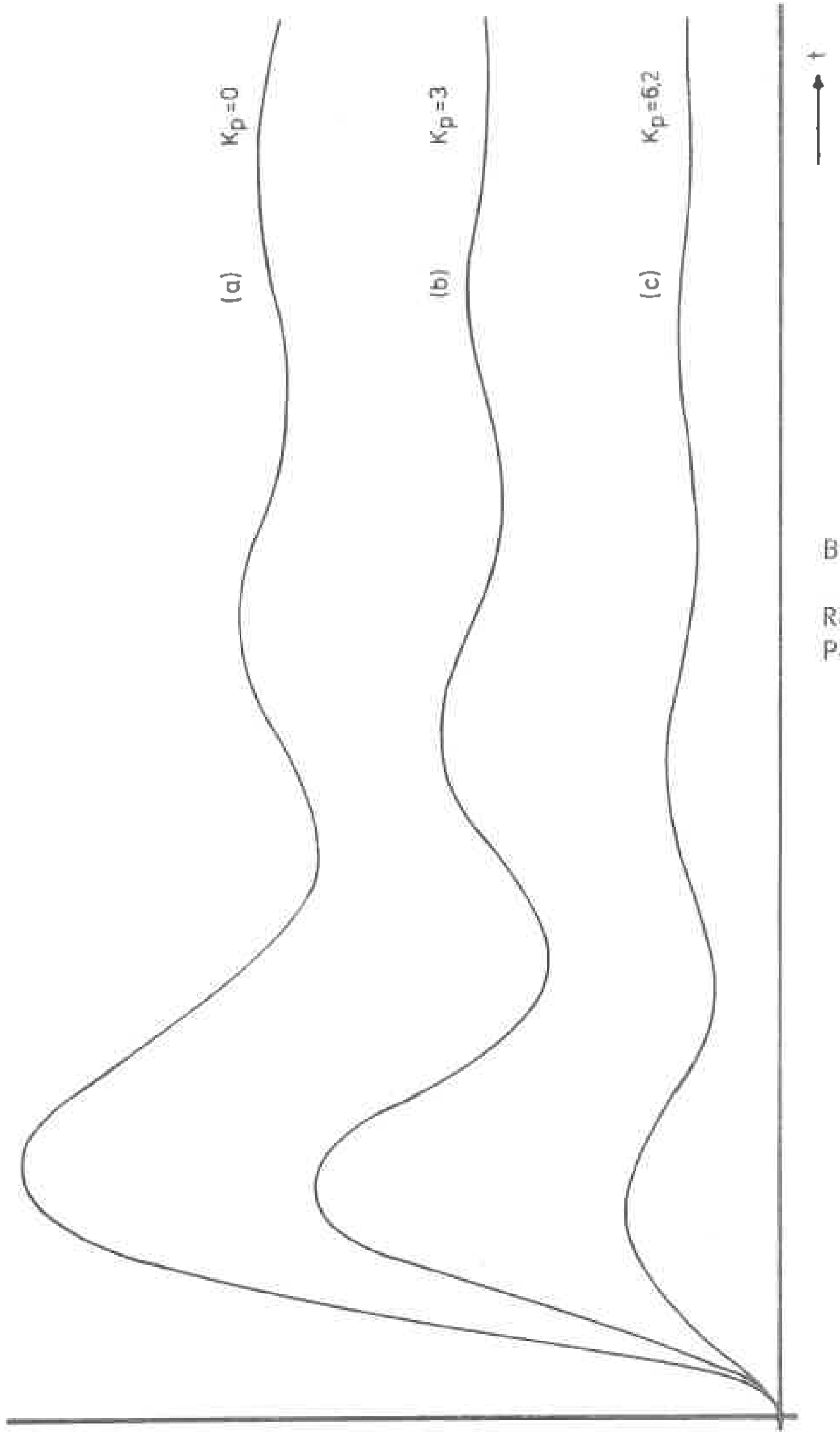

Bild 12

Regelkreis auf
P-Regler

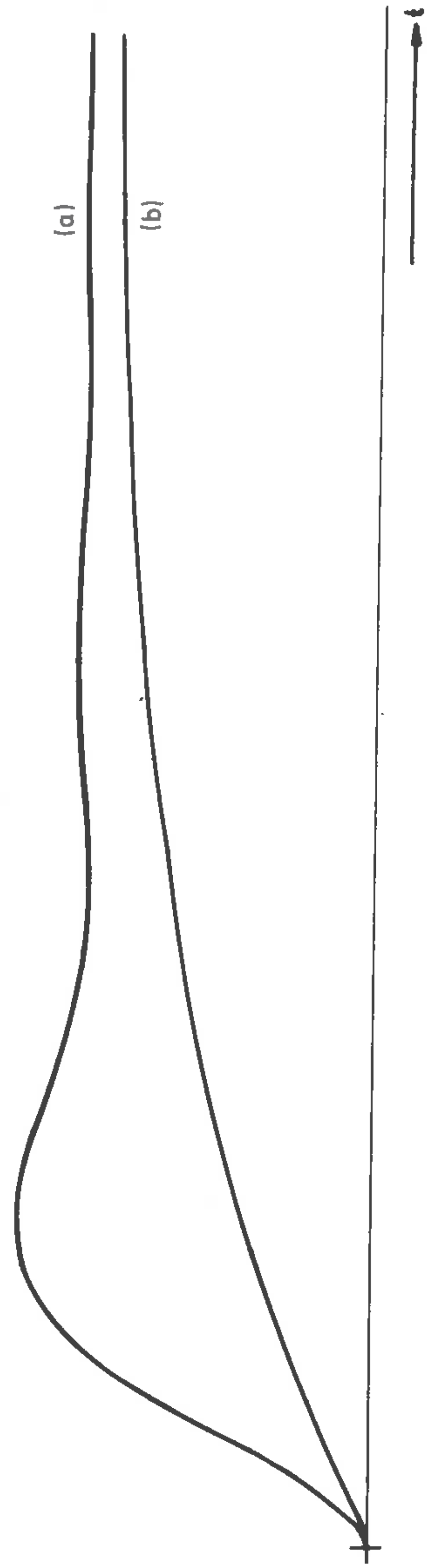

Bild 15
Regelkreis mit
PD-Regler

Aufgabe 7:

Ein P-Regler kann durch Parallelschaltung eines Integrators zu einem PI-Regler erweitert werden. Die Schaltung zeigt Bild 16

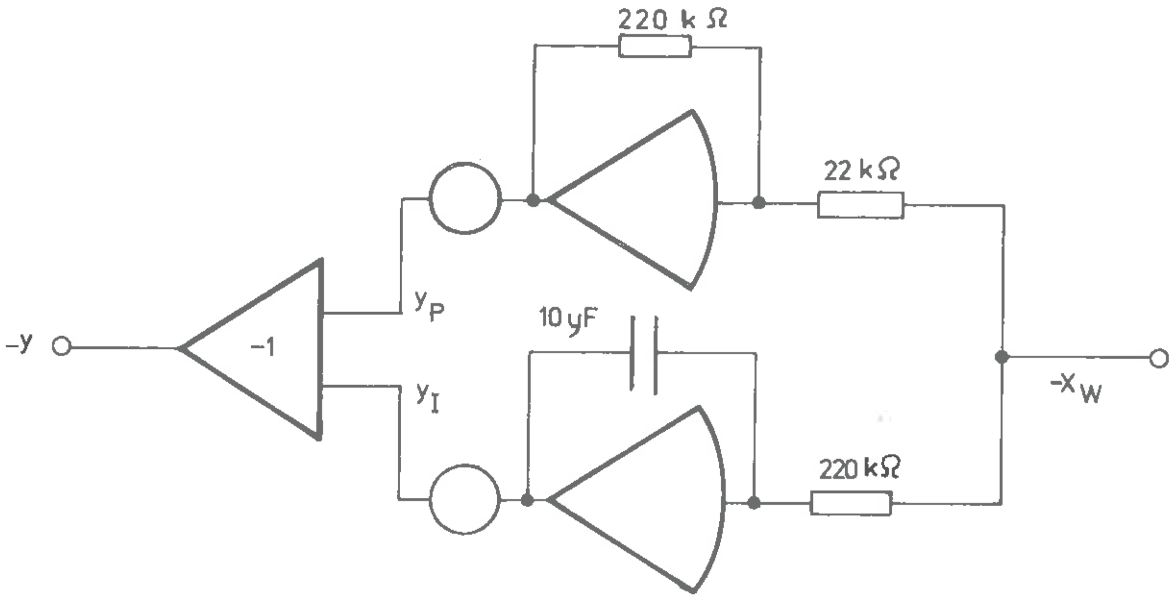

Bild 16: PI-Regeleinrichtung

Die Stellgröße eines PI-Regler setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, die getrennt durch Potentiometer und Beschaltung der Rechenverstärker eingestellt werden können. Der P-Anteil ist wieder der Regelabweichung proportional; der integrierende Anteil ist dem Zeitintegral der Regelabweichung proportional. Damit ändert sich die Stellgröße y des Reglers schnell, wenn die Regelabweichung x_w groß ist; sie ändert sich nicht, wenn die Regelabweichung Null ist. Bild 17 zeigt die Schaltung des Regelkreises bestehend aus Regelstrecke und PI-Regeleinrichtung.

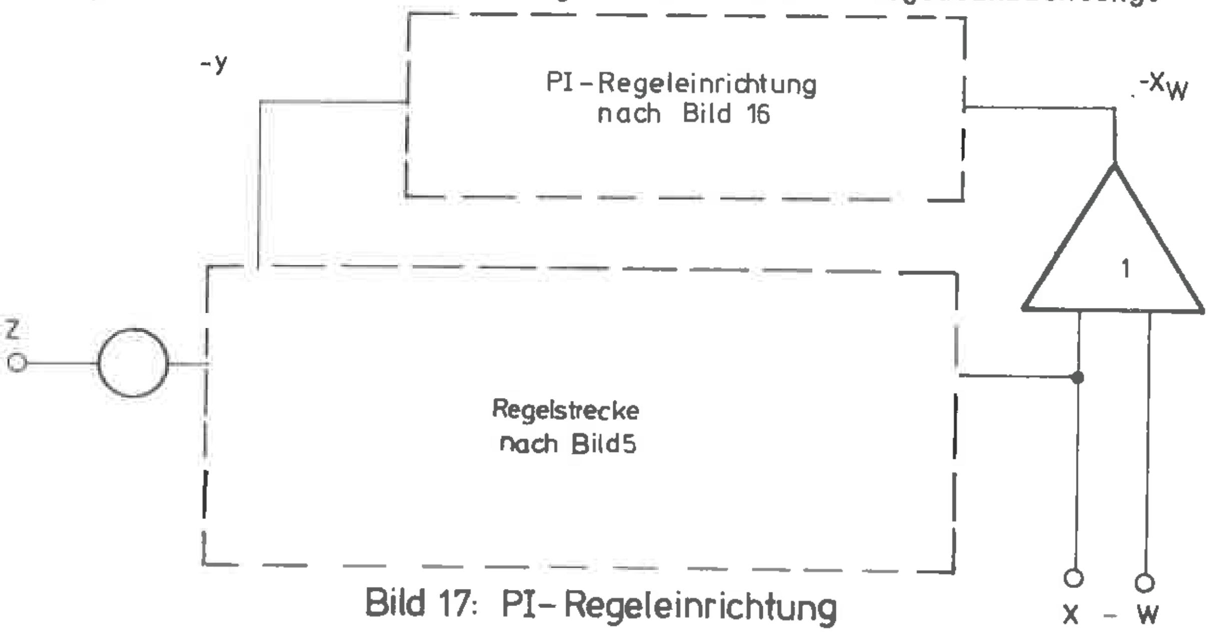

Bild 17: PI-Regeleinrichtung

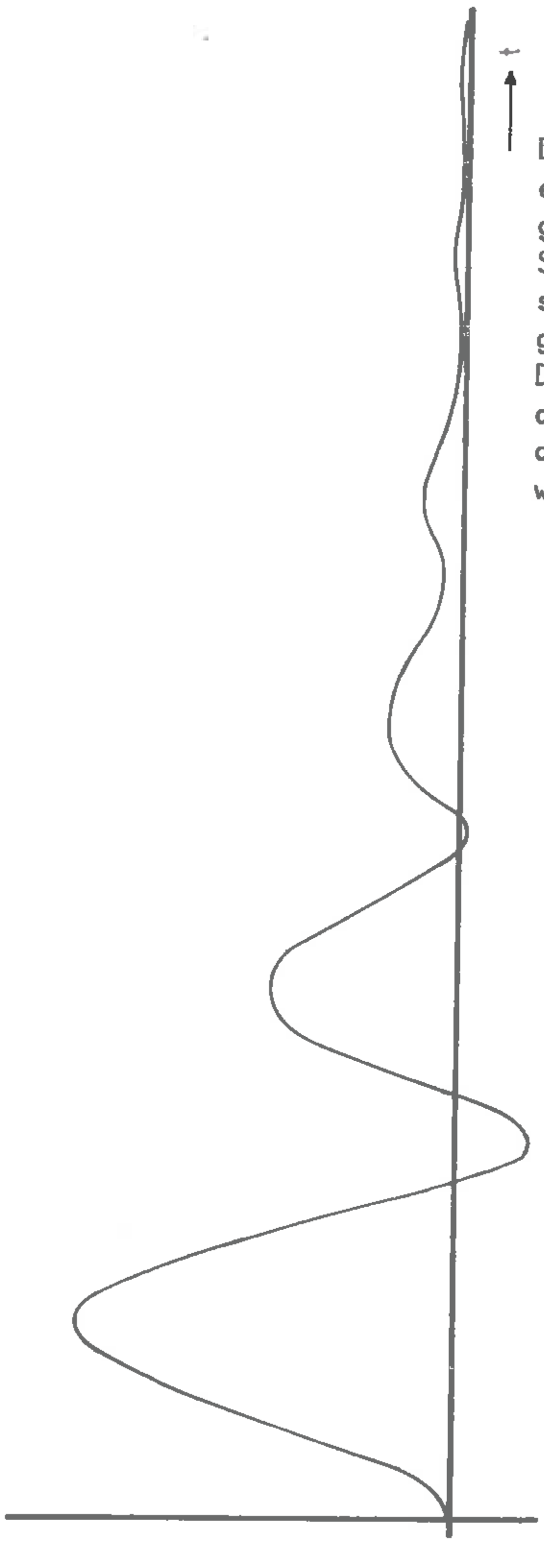

Bild 18: Regelkreis mit PI-Regler

Das mit einem PI-Regler erzielte Regelergebnis geht aus Bild 18 hervor. Sie zeigt bei dieser Einstellung einen schlecht gedämpften Regelvorgang. Die Regelgröße erreicht aber nach einiger Zeit den eingestellten Sollwert.

Aufgabe 8:

Die Vorteile der bisher betrachteten Regler können in einer PID-Regeleinrichtung nach Bild 19 sinnvoll kombiniert werden. Die einzelnen Anteile sind für sich einstellbar, sie werden durch einen Mischverstärker summiert. Die Stellgröße setzt sich damit aus drei Anteilen zusammen: P-Anteil, I-Anteil, D-Anteil.

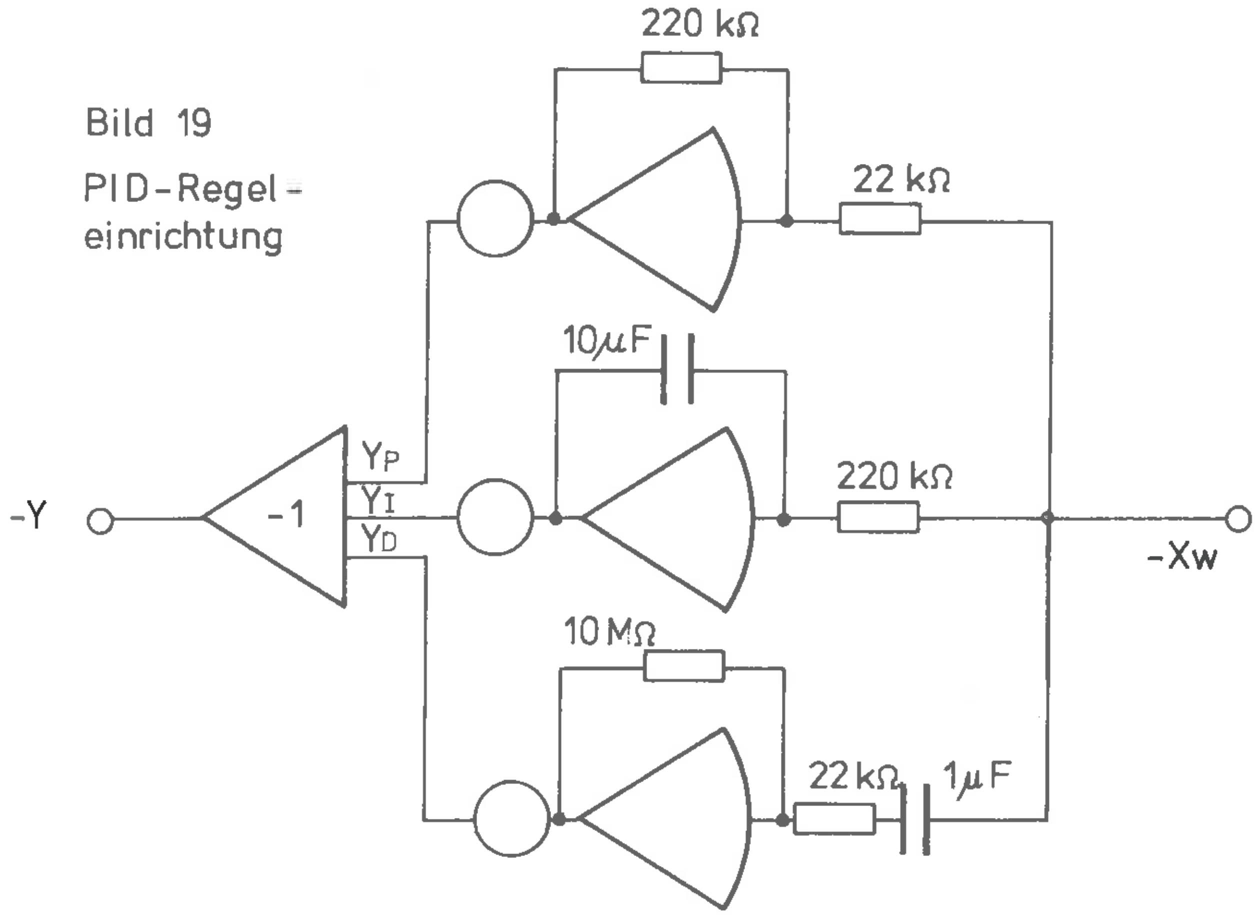

Bild 19
PID-Regeleinrichtung

In Bild 20 ist das mit einem PID-Regler erreichbare Regelergebnis dargestellt. Die Regelgröße erreicht nach vorübergehender Abweichung sehr schnell und ohne Überzuschwingen den geforderten Sollwert.

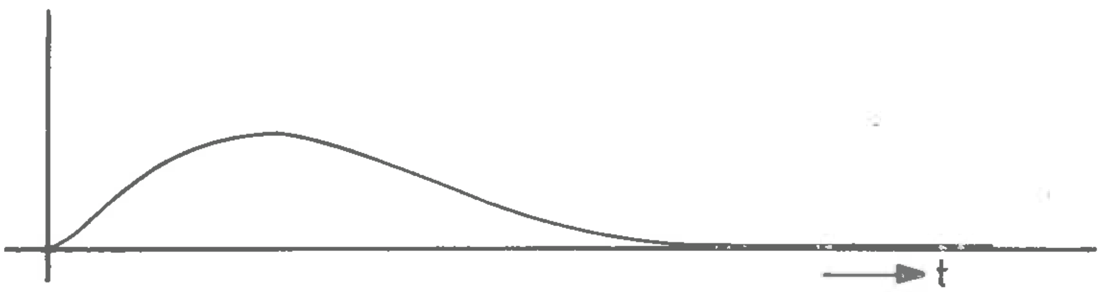

Bild 20 Regelkreis mit PID-Regler

Zusammenfassung

Durch sinnvolles Kombinieren der drei Anteile kann die Regeleinrichtung optimal an die zur Verfügung stehende Regelstrecke angepaßt werden.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß ein Analogrechner folgende Vorteile bietet:

1) Er gestattet es, das dynamische Verhalten einer Regelstrecke im Labor nachzubilden.

2) Dadurch ermöglicht er einen guten Einblick in die Dynamik der Anlage und den Einfluß einzelner Parameter der Strecke.

3) Regeleinrichtungen können simuliert werden.

4) Komplette Regelsysteme können simuliert werden. Dabei ergibt sich die Möglichkeit, die Wirkungsweise einer kompletten Anlage besser zu durchschauen und das dynamische Verhalten zu verstehen.

5) Auf einfache Weise, nämlich durch Ändern von Potentiometer-Einstellungen, kann ein Regelkreis optimal eingestellt werden; die günstigste Regler-Einstellung für ein gegebenes Problem ist leicht zu finden. Bild 21 zeigt die an einer Strecke mit verschiedenen Regeleinrichtungen erzielten Regelergebnisse nochmals in einem Diagramm zusammengestellt.

(Bild auf Seite 19)

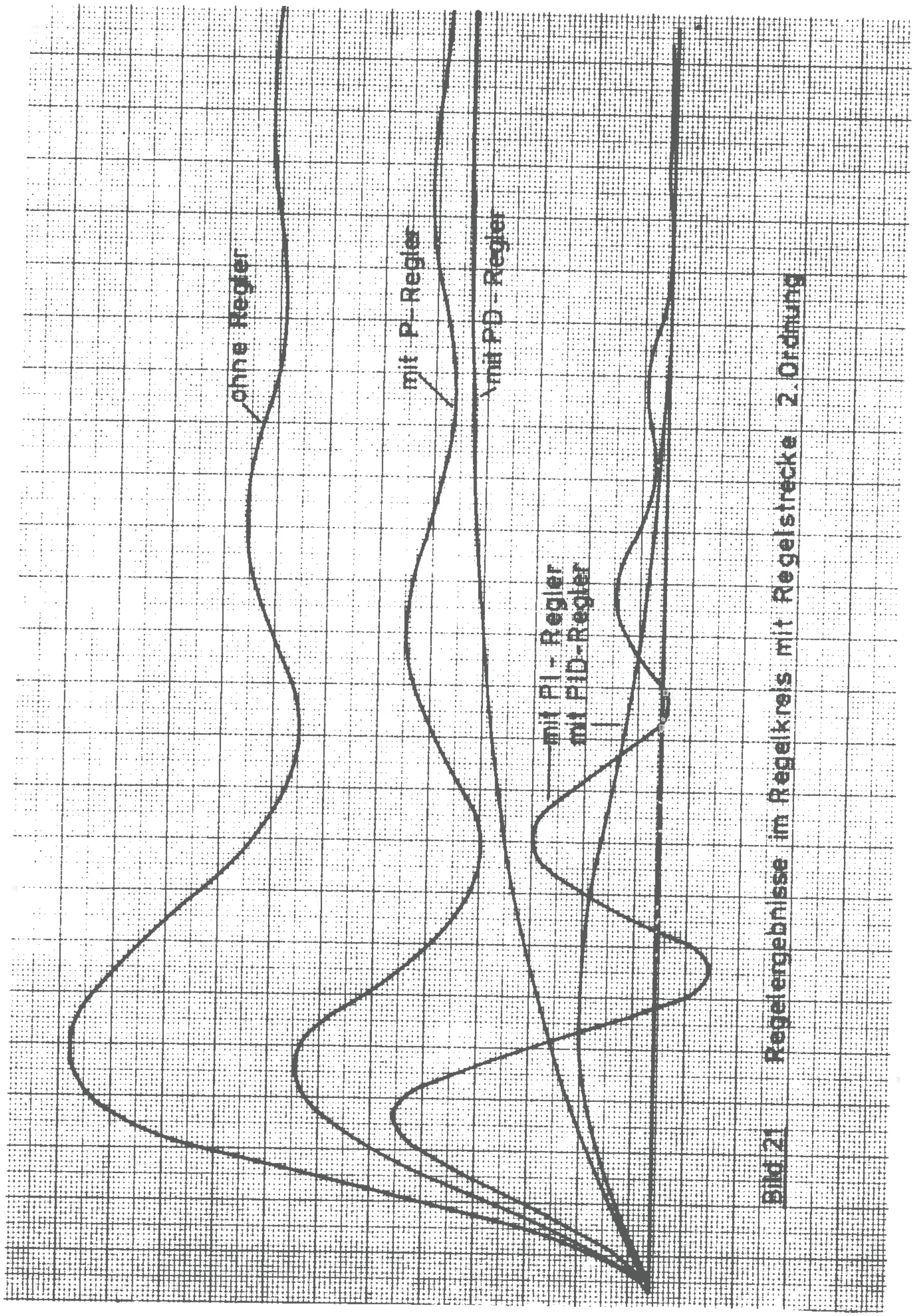

Bild 21 Regelergebnisse im Regelkreis mit Regelstrecke 2. Ordnung